Билет 1)

*Определитель порядка n. Свойства определителя. Вычисление методом Гаусса.*

**Опр**:Некоторое число, заданное формулой:

Называется определителем матрицы:

Где:

**Свойства определителя**:

1. Пусть . Тогда|A| = 0

Следствие 1: Определитель, содержащий две пропорциональные строки = 0

Следствие 2:Определитель, строка которого есть лин. комбинации других строк = 0

1. Пусть . Тогда**:**
2. Определитель **треугольной матрицы** равен произведению элементов **главной** диагонали.
3. Определитель не меняется при добавлении к его строке произвольной лин. комбинации других строк.

**Метода Гаусса** *–* метод вычисления определителей, основанный на вышеописанных свойствах определителя. Основная идея заключается в том, чтобы привести квадратную матрицу к треугольному виду, используя следующие преобразования:

1. Перестановка строк
2. Умножение строки на ненулевое число
3. Прибавление к данной строке линейной комбинации других строк.

**Доказательства свойств 3, 5**:

3)

Пусть существует определитель матрицы . Запишем её определитель:

Заметим, что каждый элемент такой суммы будет включать в себя по компоненту из каждой строки => В каждом слагаемом будет множитель = 0 => Сама сумма = 0.

5)

Пусть . Тогда**:**

Рассмотрим такой определитель, равный 0:

Вопрос 3)

*Разложение определителя по строке (столбцу)*

**Теорема Лапласа** о разложении определителя по строке (столбцу).

Пусть , тогда – алгебраическое дополнение к элементу . При любом имеет место равенство (разложение определителя по - й строке)

То же самое выполняется и для столбцов.

**Док-во:**

Представим - й строку в виде Так как определитель – аддитивная функция строк то

В каждом из определителей выделена - я строка. Остальные строки – такие, как в A. Убедимся, что . Преобразуем , с помощью перестановок к виду:

– матрица, полученная из A путём вычёркивания -й строки и -го столбца. Применяя лемму об определителе с нулевым углом, приходим к равенству:

Теорема доказана.

**Следствие**:

если , то .

**Обобщение следствия и теоремы**:

– разложение по - ой строке

– разложение по j-му столбцу

– символ Кронекера.

**Теорема Лапласа.** Пусть в определителе d порядка n выделены *k* строк (столбцов), . Определитель d равен сумме произведений всех миноров *k*-го порядка, содержащихся в этих строках (столбцах), на их алгебраические дополнения.

